МРНТИ 20.01.45 *DOI 10.51889/2077-6861.2023.30.2.007*

А.А. АКЖОЛОВА, Е.Ы. БИДАЙБЕКОВ, Г.Б. КАМАЛОВА, Н.Т. ОШАНОВА*
Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Казахстан
email: akjolova.akmaral@mail.ru, esen_bidaibekov@mail.ru, g_kamalova@mail.ru, nurzhamal_o_t@mail.ru

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ НАСЛЕДИЕ АЛЬ-ФАРАБИ НА ОСНОВЕ ТРУДОВ АУДАНБЕКА КУБЕСОВА В КОНТЕКСТЕ СОВРЕМЕННОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Аннотация

Аль-Фараби – один из основоположников прогрессивной общественно-философской мысли на мусульманском Востоке, ученый с мировым именем, известный как «Аристотель Востока». Он оставил после себя богатейшее научное наследие, в том числе и в области математики, оказавшее огромное влияние на дальнейшее развитие мировой науки. Преобладающая часть его математических трудов впервые обнаружена и достаточно глубоко изучена сравнительно недавно известным фарабистом, казахстанским ученым в области истории математики и педагогики исламского Востока Ауданбеком Кубесовым и отражена в многочисленных его работах.

В статье раскрывается интеллектуальное содержание математического наследия великого ученого Абу Насра аль-Фараби, представленного в трудах А.Кубесова, его дидактический потенциал. Обоснована целесообразность включения его в систему школьного и высшего педагогического информатико-математического образования. Рассмотрены возможности использования при обучении интерактивной среды GeoGebra с целью повышения и мотивации к обучению, и эффективности освоения уникальных алгоритмов решения геометрических задач на построение с помощью циркуля и линейки на плоскости и в пространстве, а также алгоритмов построения таблицы тригонометрическим функций, описанных в математических трудах ученого.

Ключевые слова: геометрия аль-Фараби, задачи на построение, трисекция угла, GeoGebra, тригонометрия аль-Фараби, теория музыки аль-Фараби

А.А. АКЖОЛОВА, Е.Ы.БИДАЙБЕКОВ, Г.Б.КАМАЛОВА, Н.Т.ОШАНОВА
Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті (Алматы, Қазақстан)
email: akjolova.akmaral@mail.ru, esen_bidaibekov@mail.ru, g_kamalova@mail.ru, nurzhamal_o_t@mail.ru

ҚАЗІРГІ БІЛІМ БЕРУ КОНТЕКСТІНДЕГІ АУДАНБЕК КӨБЕСОВТІҢ ЕҢБЕКТЕРІ НЕГІЗІНДЕ ӘЛ-ФАРАБИДІҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МҰРАСЫ

Аңдатпа

Әл-Фараби – мұсылман Шығысындағы прогрессивті қоғамдық-философиялық ойлардың негізін қалаушылардың бірі, «Шығыс Аристотелі» деген атпен танымал, әлемге әйгілі ғалым. Ол өзінен кейін әлемдік ғылымның одан әрі дамуына зор ықпал еткен математика саласына да бай ғылыми мұра қалдырды. Оның математикалық еңбектерінің басым бөлігін салыстырмалы түрде белгілі фарабист, ислам Шығысының математика және педагогика тарихы саласы бойынша қазақстандық ғалымы Ауданбек Көбесов тапқан, терең зерттеген және оның көптеген еңбектерінде көрініс тапқан.

Мақалада А.Көбесовтың еңбектерінде ұсынылған ұлы ғалым Әбу Насыр әл-Фарабидің математикалық мұрасының зияткерлік мазмұны, оның дидактикалық әлеуеті ашылады. Оны мектептегі және жоғары педагогикалық информатика-математикалық білім беру жүйесіне енгізудің орындылығы негізделген. Оқуға ынталандыру және оны арттыру мақсатында GeoGebra интерактивті ортасын оқытуда қолданудың мүмкіндіктері, циркуль мен сызғыштың көмегімен құрылатын жазықтықтағы және кеңістіктегі геометриялық есептерді шешудің алгоритмдерін, сондай-ақ, ғалымның математикалық еңбектерінде сипатталған тригонометриялық функциялар кестесін құрудың алгоритмдерін меңгерудің тиімділігі қарастырылады.

Түйін сөздер: Әл-Фарабидің геометриясы, есептің құрылуы, трисекция бұрышы, GeoGebra, әл-Фарабидің тригонометриясы, әл-Фарабидің музыка теориясы.

A.AKZHOLOVA, E.BIDAIBEKOV, G.KAMALOVA, N.OSHANOVA
Abai Kazakh National Pedagogical University (Almaty, Kazakhstan)
email: akjolova.akmaral@mail.ru, esen_bidaibekov@mail.ru, g_kamalova@mail.ru, nurzhamal_o_t@mail.ru

MATHEMATICAL HERITAGE OF AL-FARABI BASED ON THE WORKS OF AUDANBEK KUBESOV IN THE CONTEXT OF MODERN EDUCATION

Abstract

Al-Farabi is one of the founders of progressive social and philosophical thought in the Muslim East, a world-renowned scientist is known as the “Aristotle of the East”. He left behind a rich scientific legacy, including the field of mathematics, which had a huge impact on the further development of world science. The predominant part of his mathematical works was first discovered and studied quite deeply relatively recently by the famous Farabist, Kazakh scientist in the field of the history of mathematics and pedagogy of the Islamic East Audanbek Kubesov and is reflected in his numerous works.

The article reveals the intellectual content of the mathematical heritage of the great scientist Abu Nasr al-Farabi, presented in the works of A.Kubesov, his didactic potential. The expediency of including it in the system of school and higher pedagogical computer science and mathematics education is substantiated. The possibilities of using the interactive GeoGebra environment in teaching are considered in order to increase both motivation for learning and the effectiveness of mastering unique algorithms for solving geometric problems for constructing using compasses and rulers on a plane and in space, as well as algorithms for constructing a table of trigonometric functions described in the mathematical works of the scientist.

Keywords: Al-Farabi geometry, construction tasks, angle trisection, GeoGebra, al-Farabi trigonometry, al-Farabi music theory.

Введение. Абу Насыр аль-Фараби (870-950 гг.) – великий мыслитель, ученый с мировым именем, известный как «Аристотель Востока», уроженец средневекового Казахстана – оставил потомкам богатейшее научное наследие. Интересы ученого были разносторонние, его привлекали и философия, и логика, и социология, и этика, и медицина, и биология, и психология, и физика, и астрономия, а также математика, и математическая теория музыки. Это лишь некоторые из наук, где он добился больших успехов и написал множество научных трудов.

Это отмечено в монографии [1] известного казахстанского ученого в области истории и педагогики исламского Востока Ауданбека Кубесова: «Аль-Фараби правильно воссоздал философско-логический фундамент науки, обозначил порядок изучения и преподавания науки, попытался выделить предмет и содержание каждой из них. Он провел комплексные исследования музыки, сделал великие открытия в математике, оставил часть работ по астрономии, обогатил физику новыми идеями, написал работы по важнейшим областям естественных наук, таким как медицина, химия, минералогия, по мнению ученых древнего мира проанализировал передовые и непреходящие принципы. Метафизика аль-Фараби, лингвистика, логика, психология, география, этика и труды по другим наукам каждая в отдельности является вершиной достижения».

Исследование научного наследия величайшего ученого, определение его влияния на развитие мировой науки, выявление его дидактического потенциала, продолжают оставаться актуальными и сегодня. Долгое время он был известен в истории науки, в большей степени, как философ-мыслитель и создатель математической теории музыки. Математические труды ученого до последнего времени практически не издавались ни на одном языке и были неизвестны. Преобладающая их часть изучена лишь сравнительно недавно известным фарабистом, казахстанским ученым в области истории математики и педагогики исламского Востока А.Кубесовым [2-3] и отражена в многочисленных его работах, в числе которых его монография «Математическое наследие аль-Фараби» [4].

Данная монография, написанная им на основе научных трудов ученого в области математики и математического естествознания, в том числе и ранее неопубликованных, свидетельствует о том, что аль-Фараби был не только философом-мыслителем, но еще и ученым-математиком. В ней представлены, впервые обнаруженные А.Кубесовым и переведенные им с арабского языка, следующие труды великого ученого:

1. «Перечисление наук» (математика). Перевод сделан с арабской версии работы, опубликованной в 1949г. египетским ученым Османом Амином.

2. «Книга приложений к Алмагесту» (тригонометрические главы). Перевод осуществлен с фотокопии единственной рукописи на арабском языке, хранящейся в Британском музее в Лондоне. Ранее данный труд не был переведен ни на один язык и о его существовании практически ничего не было известно.

3. «Книга духовных искусных приемов и природных тайн о тонкостях геометрических фигур» или геометрический трактат. Перевод сделан с фотокопии единственной рукописи на арабском языке, хранящейся в библиотечном фонде университета в Упсале, Швеция.

4. «Комментарии к трудностям во введении к первой и пятой книгам Евклида». Рукопись на арабском языке не сохранилась и работа была переведена на русский язык со старой еврейской версии работы.

5. «Трактат о том, что правильно и что неправильно в приговорах звезд». Перевод сделан с арабской версии работы немецкого ученого Дитерича.

Монография эта высоко оценена зарубежными учеными-фарабистами и имеет большое значение как единственная работа, в которой труды аль-Фараби в области математики и математического естествознания всесторонне и систематически глубоко изучены. Наряду с математическими трактатами великого ученого [5], переведенными и отредактированными А.Кубесовым, данная монография оцифрована и сохранена в электронной базе библиотеки Мичиганского университета. Несомненно, это один из признаков ее важности.

Профессор Оклендского университета (Новая Зеландия) Гарри Дж.Ти писал в своей статье [6]: «Монография А.Кубесова является первой книгой, посвященной обзору математических трудов аль-Фараби... Книга ценна своей невероятной последовательностью и глубиной изучения математических трудов аль-Фараби и его сильным влиянием на последующие поколения ученых. Она очень важна и полезна для всех, кто изучает труды аль-Фараби»

Признанный ученый, доктор физико-математических наук, профессор Б.А. Розенфельд в своих комментариях о монографии писал, что данная работа А.Кубесова раскрыла еще одну неизвестную ранее грань научного творчества аль-Фараби, воссоздала его облик как математика и является достойным памятником 1100-летию великого мыслителя, отмечаемого в мировом масштабе.

Интерес к математическому наследию аль-Фараби сегодня не только дань уважения великому ученому и стремление популяризации его трудов, оно обладает огромными дидактическими возможностями и достойно изучения, как в современном школьном, так и в педагогическом образовании при подготовке учителя математики и информатики. Вместе с тем образовательные его аспекты и вопросы внедрения в учебный процесс до последнего времени специально никем не рассматривались и не были предметом отдельного исследования.

Материалы и методы.

В ходе проведенного исследования использован комплекс методов: метод теоретического анализа, который проводился с целью всестороннего изучения состояния рассматриваемой проблемы, выявления степени ее изученности и определения совокупности педагогических условий для ее решения; прямое и косвенное наблюдение; изучение и анализ продуктов деятельности обучающихся.

Результаты и обсуждение. Среди многочисленных математических работ великого ученого, представленных в монографии Ауданбека Кубесова [4], особое место занимает его геометрический трактат – «Книга духовных искусных приемов и природных тайн о тонкостях геометрических фигур». В нем приведены оригинальные алгоритмы решения достаточно большого числа геометрических задач на построение с помощью циркуля и линейки, важных в практической деятельности человека.

Геометрическим задачам на построение посвящены труды и многих предшественников аль-Фараби. Они встречаются у древних греков, а также в работах индийских математиков VII-V вв. до нашей эры. Интерес к ним в течение многих веков объясняется, прежде всего, их огромной практической ценностью. И сегодня геометрические задачи на построение также вызывают немалый интерес, поскольку и сегодня проектирование строительства, архитектурные решения и многие другие задачи практики основаны на геометрических построениях. Задачи на построение занимают важное место в обучении геометрии, являются одной из ее неотъемлемых частей и играют огромную роль в математическом развитии учащихся.

В одной из своих последних работ [7] А.Кубесов подчеркнул, что с образовательной и методологической точки зрения геометрический трактат аль-Фараби не потерял своего значения и по сей день. Несмотря на давность лет, он будет полезным инструментом при решении геометрических задач на построение с помощью циркуля и линейки для учащихся средних и высших учебных заведений.

Геометрический трактат ученого включает значительный объем задачного материала и может с успехом использоваться как в рамках обязательного курса геометрии, так и специальных элективных курсов по геометрии, а также и на внеклассных занятиях в рамках дополнительного образования. Может быть предложен учащимся и для самостоятельного изучения в качестве проектных тем.

Этот труд, состоящий из 10 книг и полностью посвященный геометрическим построениям, предназначен для приложений геометрии и других наук к различным вопросам практики. В них представлены уникальные алгоритмы решения достаточно большого числа геометрических задач на построение с помощью циркуля и линейки (такое ограничение в инструментах было обязательным требованием античной математики) [8]. И даже для задач, точное построение которых с помощью данных инструментов невозможно, в них приводятся алгоритмы их построения с несущественной для практики погрешностью.

В начале работы, в первой ее книге, рассмотрены простейшие задачи на построение с помощью циркуля и линейки. Затем рассмотрен ряд задач на построение на заданном отрезке правильных многоугольников.

Третья книга трактата включает задачи на построение правильных многоугольников, вписанных в круг. Далее решаются задачи на построение круга, описанного около правильных многоугольников, а также задачи на построение круга, вписанного в треугольник.

Еще одна книга целиком посвящена задачам на построение правильных многоугольников, вписанных друг в друга.

В последующих двух книгах рассмотрены задачи на разделение треугольника на равные части, изменение его размеров в несколько раз; и на разделение четырехугольников на части заданными прямыми линиями.

Далее приведен ряд задач на всевозможные преобразования квадрата.

И, наконец, десятая книга посвящена различным разбиениям сферы на правильные сферические многоугольники, что, в принципе, равносильно построению вписанных в сферу правильных многогранников, вершинами которых являются вершины многоугольников.

Все эти задачи имеют прикладной характер, относятся к «практической геометрии», в которой рассматриваемые линии и поверхности относятся к конкретным материальным телам: деревянным, если их применяет столяр, железным, если их применяет кузнец, каменным, если их применяет каменщик, либо это поверхности земли и нив, если он – землемер. Все они «включают сугубо житейские вопросы, являющиеся предметом практического искусства», и имеют деятельностный характер [4].

Безусловно, все они достойны изучения в современном школьном и высшем педагогическом образовании при подготовке учителя математики и информатики. Это будет способствовать как популяризации богатого математического наследия ученого, так и позволит расширить и углубить систему предметных знаний обучающихся, повысит их мотивацию к обучению за счет представления учебного материала в новом историческом контексте, достаточно интересном и эмоционально насыщенном для их восприятия. Исторический контекст рассматриваемого материала значительно усилит важность изучаемых алгоритмов и результатов, полученных при их реализации. Более того, их изучение, работа над ними позволит учащимся освоить все основные виды информационной деятельности и будет способствовать развитию их информационной компетентности [9].

Все они включены в программу элективного курса по геометрии, которая разработана преподавателями Казахского национального педагогического университета имени Абая в рамках проводимого ими научного-методического исследования и внедрена в подшефную школу.

Следует отметить, что все геометрические построения у аль-Фараби уникальны и описаны в виде последовательности конкретных действий, что облегчает их программную реализацию на компьютере, и создание цифровых образовательных ресурсов, использование которых способствует повышению эффективности и качества их освоения. Особый интерес при этом представляют специально предназначенные для применения в обучении геометрии интерактивные программные среды, позволяющие быстро построить качественные чертежи. Наибольшей популярностью среди них пользуется программная среда GeoGebra. Она обладает огромными возможностями. В ней можно осуществлять всевозможные построения, в том числе и в 3D формате, анимировать их. Для чертежей, построенных в данной среде, характерно то, что при изменении одного из его объектов остальные также изменяются, сохраняя при этом заданные отношения неизменными. Это удобно для визуализации доказательства утверждений. Использование ее при обучении геометрическим задачам на построение не просто облегчает само построение, но позволяет создать интерактивную динамическую модель, исследование которой обеспечивает учащимся, как понимание правильности такого построения, так и позволяет найти идею его доказательства и самостоятельно ее осуществить [10-11].

Хотелось бы отметить классические задачи на построение, неразрешимые с помощью циркуля и линейки, приведенные в геометрическом трактате ученого: о трисекции угла, о построении правильного девятиугольника, где при помощи трисекции угла аль-Фараби делит дугу на три равные части. Практическая необходимость в таких задачах достаточно велика. В своей работе аль-Фараби дает два способа построения трисекции угла с помощью циркуля и линейки (рис.1). Один из способов он описывает так: «Построим острый угол ABC и, если мы хотим разделить его на три равные части, опустим из точки A перпендикуляр AH на линию BC и проведем из точки A линию AD параллельно BC. Приложим линейку к точке B и будем двигать ее по линиям DA и AH до тех пор, пока линия, которая находится между линиями AD и AH, не станет равной удвоенной линии AB. Это, например, линия DEB, так, что линия DE – удвоенная линия AB. Тогда угол DBC треть угла ABC» [3, стр.101],

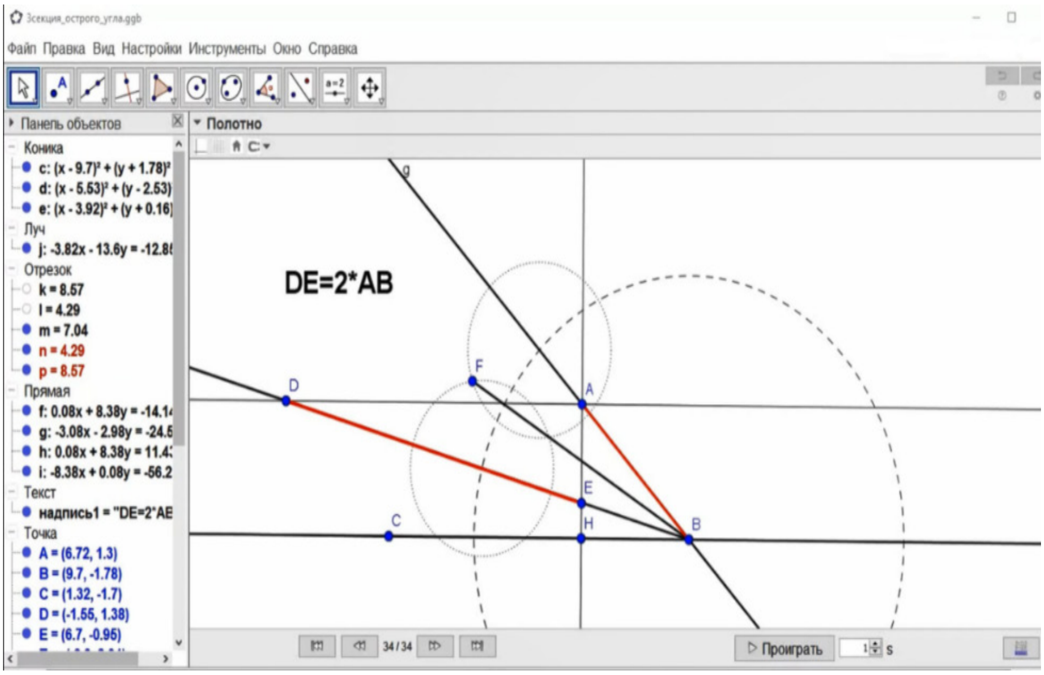

Рисунок 1. *Построение трисекции угла по аль-Фараби*

Для доказательства правильности построения из вершины AED опустим медиану AF, тогда DF=FE=AB=AF; отсюда <ABD = <AFB = 2<CBD

<CBD=1/3<ABC

В работе аль-Фараби также приведены алгоритмы построения правильных многоугольников разного уровня сложности для всех n от 3 до 10, в том числе и неразрешимых с помощью циркуля и линейки.

Подобные многоугольники имеют практический интерес и издавна привлекали к себе внимание ученых, архитекторов, конструкторов. Алгоритмы построения некоторых из них предложены еще Евклидом. Однако неоценимый вклад в их решение внес немецкий математик К.Ф. Гаусс. Им выявлены все значения n, при которых возможно построение правильного n-угольника с помощью циркуля и линейки. Это многоугольники, у которых n выражается простым числом вида $2^{2^k}+1$, а также те, которые получаются из указанных удвоением числа сторон. Построение правильных n-угольников, не удовлетворяющих этим условиям, оказывается невозможно. К ним относятся семи-, девяти-, одиннадцати-, тринадцати-… -угольники. Евклидом они также не рассматривались.

Аль-Фараби в своей работе приводит алгоритмы построения и семи-, и девятиугольников. Приведем ход построения правильного 9-угольника по аль-Фараби. Еще Герон (I в. до н.э.) дал приближенное выражение ее стороны через радиус описанного круга. Построение 9-угольника у аль-Фараби основано на трисекции угла, которое он описывает так: «… опишем круг CDE произвольного размера с центром в точке G, отметим на нем точку C, примем ее за центр и на расстоянии полудиаметра круга отметим точки E и D. Разделим дугу DE на три равные части. Пусть одна такая дуга – EH. Проведем линии EG, EH и HG. Проведем между линиями EG и HG линию FI, равную линии AB и параллельную линии EH. Примем точки A и B за центры и на расстоянии FG опишем круги, которые пересекутся в точке K. Примем точку K за центр и на расстоянии KA опишем круг ABL. Разделим дугу ALB на восемь равных частей и соединим эти точки деления хордами. Получится равносторонний и равноугольный девятиугольник на линии AB» [3, стр.113-114]

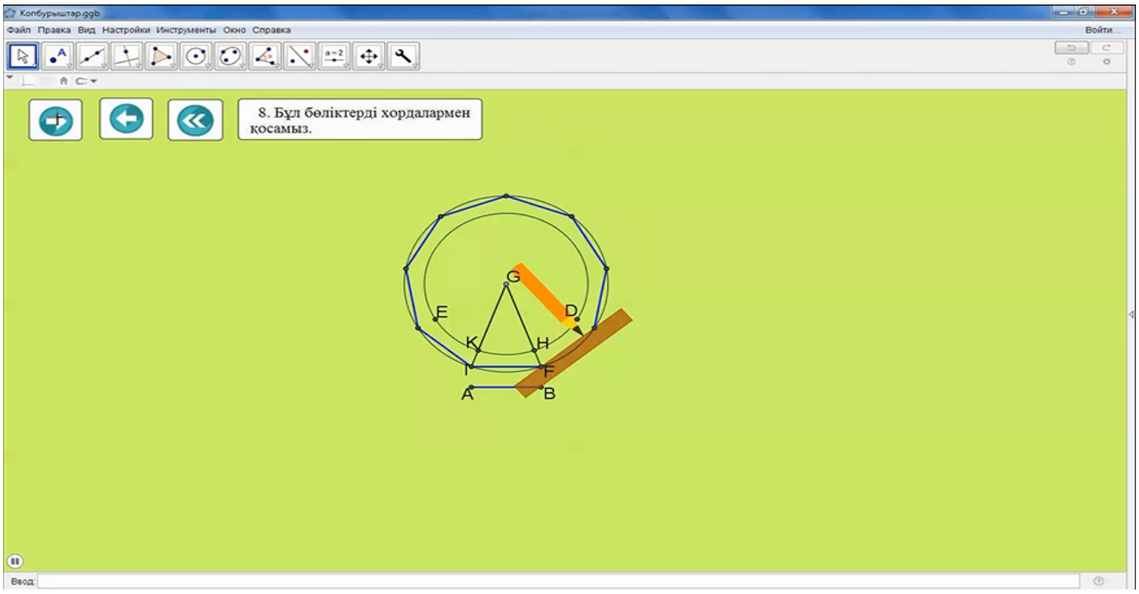

Рисунок 2. *Построение правильного 9-угольника по алгоритму аль-Фараби*

Сторону правильного 9-угольника ученый определяет, используя трисекцию дуги, равную одной трети окружности. Благодаря данному алгоритму построение осуществляется достаточно просто, но с некоторой незначительной погрешностью. С точностью до тысячных ее значение равно $2R*\sin 360^0/18 = R*0{,}764$. Это приближение лучше, чем значение стороны девятиугольника, полученное Героном, по которому она равна двум третьим радиуса, т.е. $R*0{,}667$. Приближенность данного алгоритма при необходимости может быть обоснована даже на основе знаний из школьной математики и подтверждена с помощью современных вычислительных средств.

Немалый интерес у обучающихся вызывают и задачи на построение в пространстве. В трудах аль-Фараби представлен ряд подобных задач, в их числе задачи на разбиение сферы на заданное число равных сферических многоугольников, что, в принципе, равносильно построению правильных вписанных многогранников типа тетраэдра, куба и др.

Рассмотрим, в качестве примера, задачу разбиения сферы на 4 равные части, каждая из которых является правильным сферическим треугольником. Аль-Фараби приводит в работе два способа ее решения, один из которых формулируется так: «…если известен диаметр сферы и равен линии AB, построим на линии AB полукруг, отложим линию AC, равную трети AB, проведем линию CD перпендикулярно к линии AB; она встретит полукруг ADB в точке D. Возьмем на круге произвольную точку E, примем ее за полюс и на расстоянии BD опишем круг FGH, разделим его на три равные части в точках G, H, F и проведем через полюс и через каждую точку G, H и F дуги большого круга, пересекающиеся в точке I, а через каждые две из точек G, H и F – дугу большого круга. Тогда получим сферу, разделенную на четыре равносторонних и равноугольных треугольника. Это треугольники IHF, IHG, FIG и GHP» [3, стр.210]. Данный алгоритм удобно реализовать в среде GeoGebra [11]. (рис.3)

Интересной для рассмотрения представляется и тригонометрия аль-Фараби, представленная в его «Книге приложений к «Алмагесту»» [5]. Особое место в ней занимают вопросы построения таблиц тригонометрических функций, необходимость которых объясняется многообразием их применения в теоретических и практических целях.

Для построения таблицы тригонометрических функций важным является определение числового значения $\sin 1^0$. Ученые средневекового Востока придавали его нахождению большое значение.

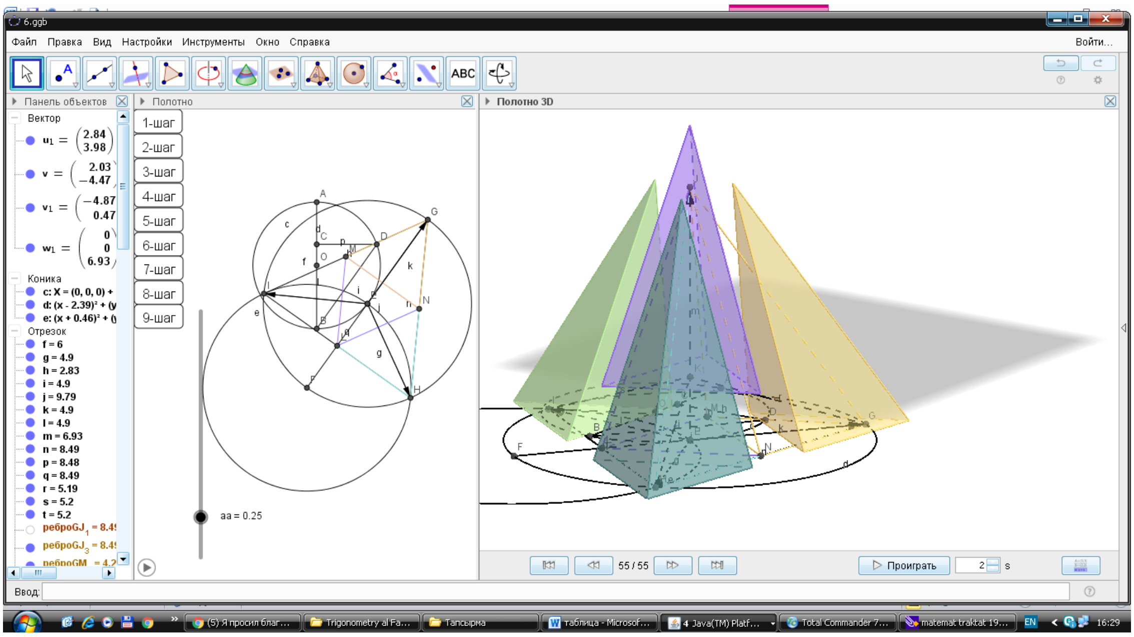

Рисунок 3. *Анимация разделения сферы по алгоритму аль-Фараби*

Аль-Фараби удается одним из первых на Востоке определить его значение. Тригонометрия в те времена строилась, как известно, на хордах, стягивающих углы. Аль-Фараби, прежде всего, заменяет хорды синусами и определяет синус как половину хорды удвоенной дуги.

При вычислении хорды одного градуса он опирается на метод Птолемея, но существенно улучшает точность вычислений благодаря совершенствованию вычислений над шестидесятеричными дробями. Для $\sin 1^0$, найденное им значение в десятичных дробях точно до 6 десятичных знаков и равно 0,017452389.

Вычисления значений хорд и синусов в шестидесятеричной системе вручную без всяких вычислительных средств непросто и требует много времени. Однако построенный согласно описанию аль-Фараби алгоритм позволяет представить расчет таблицы хорд и синусов в виде конкретной последовательности однотипных действий для каждого нового значения, что существенно облегчает их программную реализацию на компьютере.

Для визуализации построения таблицы синусов, следуя рассуждениям аль-Фараби, можно также использовать программу GeoGebra, обладающую богатым набором инструментов [12].

Используя анимационные возможности данной программы и определение синуса, введенное аль-Фараби, через хорду удвоенного угла можно создать динамическую модель изменения значения синуса в зависимости от величины соответствующего ему угла.

Для построения модели следует разместить в окне ползунок, соответствующий угловому параметру а, который будет меняться в пределах от 0° до 90° с заданным шагом.

Изменение с помощью ползунка значения углового параметра а будет приводить к изменению не только графического представления линии синуса, но и к изменению зависящей от данного параметра величины – длины линии синуса, который определяется ординатой точки линии синуса, перемещающейся по верхней половине окружности.

Благодаря наличию электронной таблицы в GeoGebra, аналогичной Microsoft Excel, значения угла и соответствующие им значения синуса (ординаты точки С) в десятичных дробях могут быть автоматически занесены в ячейки данной электронной таблицы.

В таблице, при необходимости, для сравнения рядом можно привести значения встроенной функции синуса (рис.4).

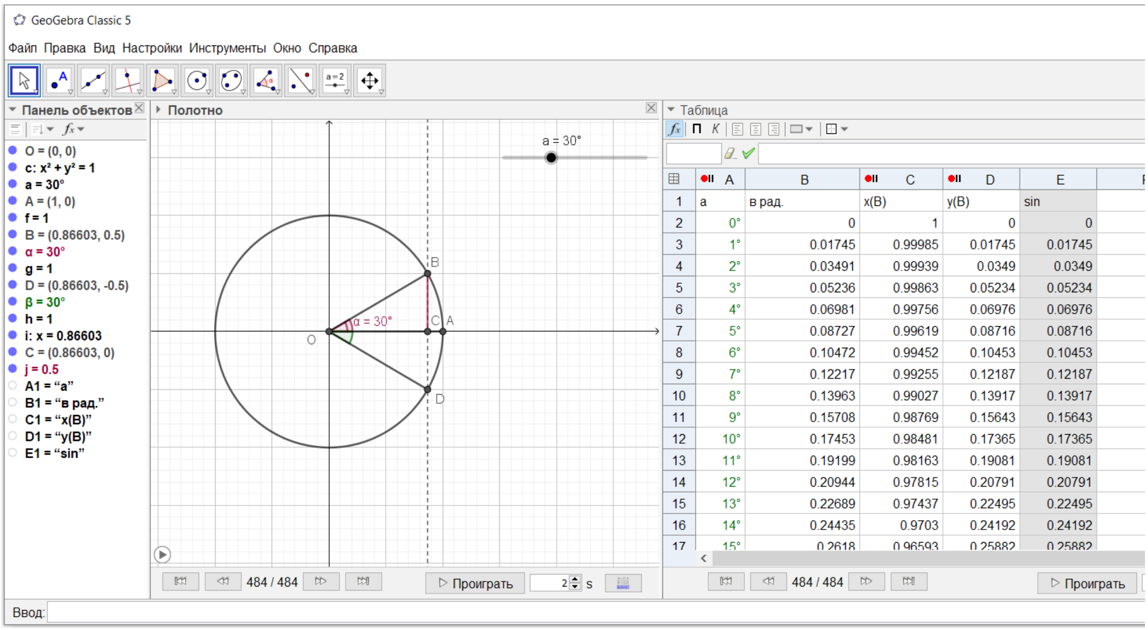

Рисунок 4. *Построение таблицы синусов в программной среде GeoGebra*

Для нахождения sin 1^0 в работе аль-Фараби доказано множество тригонометрических формул: синус суммы и разности углов, синус половинного угла и др.

Обучение тригонометрии аль-Фараби позволит осознать практическую ценность всех доказываемых тригонометрических формул, расширить представления обучающихся о возможных способах их доказательства, а также способах решения тригонометрических задач и осознанному их пониманию, что обеспечит более глубокое усвоение обучающимися учебного материала.

Кроме того, немалое количество фактов, имеющих прямое или косвенное отношение к математике, содержится в «Большой книге музыки» великого ученого [13].

В данной работе аль-Фараби рассмотрены числовые отношения и пропорции, будучи относящиеся к арифметике, но находящие различное применение в теории музыки. Определив правила их применения, он использует их при решении различных задач музыкальной науки, которые приводят к элементарной комбинаторике (комбинациям) и в целом в разработке математической теории музыки. Это естественно, так как основной целью теории музыки является, в конечном счете, создание различных тонов (нот), интервалов, составление мелодий и напевов путем комбинации (сложения) групп. Более того, в работе встречается много рассуждений, приводящих к понятию функциональной зависимости. Ключевой частью таких вычислений являются попытки аль-Фараби определить, зависят ли высоты звуков, издаваемых музыкальными инструментами, от физических величин. Так, согласно аль-Фараби, тона обратно пропорциональны длинам границ, порождающих звук. Это взаимная обратная пропорциональная функциональная зависимость, которая встречается в школьном курсе математики. Аль-Фараби, основываясь на практических и теоретических рассуждениях, обнаруживает более сложные функциональные зависимости, которые в изобилии встречаются при разбиении аль-Фараби музыкальных типов в группы, исследовании движения и эволюции музыки [14].

Математическая теория музыки как и любая из рассматриваемых выше областей богатейшего математического наследия великого ученого достойна внедрения в современную систему образования [15-16].

Заключение. На протяжении последнего десятилетия в Казахском национальном педагогическом университете имени Абая ведется научно-методическое исследование по теме «Математическое наследие аль-Фараби в контексте современного образования». Эффективность проводимой работы и опыт, полученный в ходе исследования, вселяют уверенность в необходимости внедрения математического наследия нашего земляка аль-Фараби в систему обучения и воспитания подрастающего поколения. Применение при его обучении современных специализированных математических пакетов, и разработанных в рамках проводимого исследования цифровых образовательных ресурсов, сделает процесс обучения более увлекательным и позволит повысить эффективность и качество его освоения.

Список использованной литературы:

[1] Кубесов А. Әбу Насыр әл-Фараби / әл-Фараби атын. ҚазҰУ. – Алматы: Қазақ университеті, 2004. – 176 с.

[2] Бидайбеков Е.Ы., Камалова Г.Б., Ошанова Н.Т. Ауданбек Көбесов – белгілі Фарабитанушы және заманауи білім мен тәрбие// Материалы IX Международной научной конференции «Проблемы дифференциальных уравнений, анализа и алгебры». – Актобе, 2022. – С.196-203

[3] Кубесов А. Математическое наследие аль-Фараби. – Алма-Ата: Наука, 1974. – 246с.

[4] Кубесов А. Аль-Фараби. Математические трактаты. – Алма-Ата, 1972. – 324с.

[5] Garry J. Tee Kubesov A. K. The Mathematical Heritage of al-Farabi (in Russian) // Journal for the history of Arabic science, 1978, Volume 2, No 1 (1)

[6] Кемельбекова Э.А. Научный вклад аль-Фараби в развитие науки прикладной геометрии// International scientific journal «Global science and innovations: Central Asia». Nur-Sultan, Kazakhstan, 2021. –Т.4, №9(12)– С. 100-105

[7] Yesen Bidaybekov, Guldina Kamalova, Bektas Bostanov, Indira Salgozha. Development of Information Competency in Students during Training in Al-Farabi's Geometric Heritage within the Framework of Supplementary School Education// European Journal of Contemporary Education, (Scopus). 2017, 6(3). – p.479-496. – DOI: 10.13187/ejced.2017.3.479

[8] Bidaibekov Y., Grinshkun V., Bostanov B., Umbetbayev K., Myrsydykov Y. Al-Farabi's mathematical legacy and algorithmic approach to resolving problems regarding geometrical constructions in Geogebra environment //Periodico Tche Quimica, 2020, 17(34). – 599-620 pp.

[9] Бидайбеков Е.Ы., Камалова Г.Б., Акжолова А.А. Цифровые технологии в обучении тригонометрическому наследию Аль-Фараби. // Материалы IX Международной научной конференции «Проблемы дифференциальных уравнений, анализа и алгебры». – Актобе, 2022. – С. 397-402

[10] Акжолова А., Камалова Г.Б., Хеннер Е.К. и Байзакова Е.М. О необходимости обучения тригонометрии аль-Фараби в системе школьного информатико-математического образования. //Вестник КазНПУ им.Абая, «Физико-математические науки». – 78 (2). –2022. – С.195–205. DOI: https://doi.org/10.51889/2022-2.1728-7901.24.

[11] Guido Pinkernellz, Jose Manuel Diego-Mantecón, Zsolt Lavicza, Chris Sangwin (2023) AuthOMath: Combining the Strengths of STACK and GeoGebra for School and Academic Mathematics // International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET), Vol. 18, No. 03, 2023. 201-205p. DOI: https://doi.org/10.3991/ijet.v18i03.36535

[12] Бидайбеков Е.Ы., Акжолова А.А., Камалова Г.Б. Возможности системы GeoGebra в обучении тригонометрии аль-Фараби //Информатизация образования: теория и практика: сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф. памяти акад. РАО М. П. Лапчика / под общ. ред. М.И. Рагулиной. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2022. – С.196-201

[13] Косанова А.Ш. Аль-Фараби и музыка// Вестник Атырауского университета имени Х.Досмухамедова. – № 3(58). – 2020. – С.25-29. – DOI 10.47649/vau. 2020.v58. i3.04

[14] Oshanova N.T., Shekerbekova S.T., Sagimbaeva A.E., Arynova G.C., Kazhiakparova Z.S. Methods and techniques of formation of arithmetic musical competence in students //International Journal of Learning and Change, 2022, 14(1), pp. 46-56

[15] Oshanova, N.T., Shekerbekova, S.T., Sagimbaeva, A.E., Arynova, G.C., Kazhiakparova, Z.S. Formation of arithmetic musical competence in students // Journal of Intellectual Disability - Diagnosis and Treatment, 2020, 8(3). (Scopus) – 321–326 pp.

[16] Математическое наследие аль-Фараби/ Научно-образовательный портал [Электронный ресурс] URL: http://al-farabi.kaznpu.kz/ru/ (дата обращения: 02.02.2022)

References:

[1] Kubesov A. Əbu Nasyr al-Farabi / al-Farabi atyn. KazUU. - Almaty: Kazakh universiteti, 2004. - 176 s.

[2] Bidajbekov E.Y., Kamalova G.B., Oshanova N.T. Audanbek Kobesov – belgili Farabitanushy zhane zamanaui bilim men tarbie// Materialy IX Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii «Problemy differencial'nyh uravnenij, analiza i algebry». Aktobe, 2022. – S.196-203.

[3] Kubesov A. Matematicheskoe nasledie al'-Farabi. Alma-Ata: Nauka, 1974. – 246 s.

[4] Kubesov A. Al'-Farabi. Matematicheskie traktaty. - Alma-Ata, 1972. – 324s.

[5] Garry J. Tee Kubesov A. K. The Mathematical Heritage of al-Farabi (in Russian) // Journal for the history of Arabic science,1978, Volume 2, No 1 (1), pp. 150-153.

[6] Kemel'bekova E.A. Nauchnyj vklad al'-Farabi v razvitie nauki prikladnoj geometrii// International scientific journal «Global science and innovations: Central Asia». Nur-Sultan, Kazakhstan, 2021. T.4, №9(12) - S. 100-105.

[7] Yesen Bidaybekov, Guldina Kamalova, Bektas Bostanov, Indira Salgozha. Development of Information Competency in Students during Training in Al-Farabi's Geometric Heritage within the Framework of Supplementary School Education// European Journal of Contemporary Education, (Scopus). 2017, 6(3). – p. 479-496. – DOI: 10.13187/ejced.2017.3.479.

[8] Bidaibekov Y., Grinshkun V., Bostanov B., Umbetbayev K., Myrsydykov Y. Al-Farabi's mathematical legacy and algorithmic approach to resolving problems regarding geometrical constructions in Geogebra environment //Periodico Tche Quimica, 2020, 17(34). – 599-620 pp.

[9] Bidajbekov E.Y., Kamalova G.B., Akzholova A.A. Cifrovye tehnologii v obuchenii trigonometricheskomu naslediju Al'-Farabi. // Materialy IX Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii «Problemy differencial'nyh uravnenij, analiza i algebry». Aktobe, 2022. 397-402 pp.

[10] Akzholova A., Kamalova G.B., Henner E.K. i Bajzakova E.M. O neobhodimosti obuchenija trigonometrii al'-Farabi v sisteme shkol'nogo informatiko-matematicheskogo obrazovanija. //Vestnik KazNPU im.Abaja, «Fiziko-matematicheskie nauki», 2022, 78 (2). – 195-205 pp. DOI: https://doi.org/10.51889/2022-2.1728-7901.24.

[11] Guido Pinkernellz, Jose Manuel Diego-Mantecón, Zsolt Lavicza, Chris Sangwin (2023) AuthOMath: Combining the Strengths of STACK and GeoGebra for School and Academic Mathematics // International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET), Vol. 18, No. 03, 2023. 201-205p. DOI: https://doi.org/10.3991/ijet.v18i03.36535

[12] Bidajbekov E.Y., Akzholova A.A., Kamalova G.B. Vozmozhnosti sistemy GeoGebra v obuchenii trigonometrii al'-Farabi //Informatizacija obrazovanija: teorija i praktika: sb. materialov Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. pamjati akad. RAO M. P. Lapchika / pod obshh. red. M.I. Ragulinoj. – Omsk: Izd-vo OmGPU, 2022. – S. 196-201.

[13] Kosanova A.Sh. Al'-Farabi i muzyka// Vestnik Atyrauskogo universiteta imeni H.Dosmuhamedova. – № 3(58) 2020. – S.25-29. – DOI 10.47649/vau.2020.v58.i3.04.

[14] Oshanova N.T., Shekerbekova S.T., Sagimbaeva A.E., Arynova G.C., Kazhiakparova Z.S. Methods and techniques of formation of arithmetic musical competence in students //International Journal of Learning and Change, 2022, 14(1), pp. 46-56.

[15] Oshanova, N.T., Shekerbekova, S.T., Sagimbaeva, A.E., Arynova, G.C., Kazhiakparova, Z.S. Formation of arithmetic musical competence in students // Journal of Intellectual Disability - Diagnosis and Treatment, 2020, 8(3). (Scopus) – 321–326 pp.

[16] Matematicheskoe nasledie al'-Farabi/ Nauchno-obrazovatel'nyj portal [Jelektronnyj resurs] URL: http://al-farabi.kaznpu.kz/ru/ (data obrashcheniya: 02.02.2022).